

Zentralabitur 2019: Unlösbare Aufgabe in Mathe-Prüfung -- wen interessiert's?

Autor : Alexander Roentgen

Datum: 15. Oktober 2019, **Kurzlink**: <https://wp.me/p4Qs2I-Au>

Die Experten des Schulministeriums für originelle Rechenaufgaben haben wieder zugeschlagen: Die Stochastikaufgabe aus dem NRW-Zentralabitur Mathematik 2019 enthält eine Teilaufgabe, die äußerst fragwürdig ist — sowohl in der Version für den Leistungskurs (LK) als auch für den Grundkurs (GK).

Die Aufgabe B5 fängt wie folgt an¹:

Für ein Schwimmbad besitzen 2000 Personen eine Jahreskarte. Für einen bestimmten Tag beschreibt die Zufallsgröße X die Anzahl der Jahreskartenbesitzer, die das Schwimmbad besuchen. Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass X binomialverteilt ist. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jahreskartenbesitzer an diesem Tag das Schwimmbad besucht, 10 %.

Die Teilaufgabe b) (LK-Version) bzw. c) (GK) lautet (die merkwürdige Pseudomodellierung mögen andere, insbesondere Blogger aus Baden-Württemberg, kommentieren):

Auf dem Gelände des Schwimmbades wird ein Kiosk betrieben. Der Besitzer nimmt vereinfachend an, dass jeder Gast 4 €, 12 € oder gar kein Geld an seinem Kiosk ausgibt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast 4 € ausgibt, betrage 50 %, die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast 12 € ausgibt, betrage 30 %.

1. An dem betrachteten Tag besuchen 660 Personen das Bad. Bestimmen Sie die Höhe der Einnahmen, mit denen der Besitzer des Kiosks rechnen kann.
2. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Besitzer des Kiosks an dem betrachteten Tag erwartete Einnahmen von den Jahreskartenbesitzern hat, die mindestens 1000 € betragen.

Die Teilaufgabe b) (2) bzw. c) (2) lässt sich nicht lösen, da der Aufgabentext keine Information darüber enthält, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Jahreskartenbesitzer jeweils einen Geldbetrag von 0, 4 bzw. 12 € am Kiosk ausgibt. Dass Ereignisse voneinander stochastisch abhängig sein können (Stoff der Einführungsphase!), scheinen die Urheber der Aufgabe zu ignorieren. Die Musterlösung tut so, als ob das „Ausgabeverhalten“ der Jahreskartenbesitzer

dasselbe wie das eines beliebigen Gastes des Schwimmbads ist. Sie nimmt ferner an, dass das Ausgabeverhalten eines Jahreskartenbesitzers unabhängig von der Anzahl der Jahreskartenbesitzer ist, die das Schwimmbad an dem betrachteten Tag besuchen. Für diese willkürlichen Annahmen gibt es jedoch keinen Grund, der sich aus dem Aufgabentext ergibt.

Wer an dieser Teilaufgabe keine Zweifel hat, der möge in dem Sachzusammenhang die „Jahreskartenbesitzer“ durch „Hartz-IV-Empfänger“ ersetzen, zum Beispiel ungefähr so: „In einer Stadt leben 2000 Hartz-IV-Empfänger. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Hartz-IV-Empfänger an einem bestimmten Tag das Schwimmbad besucht, beträgt 10 %.“ Warum sollte man davon ausgehen, dass das Ausgabeverhalten eines Hartz-IV-Empfängers dasselbe ist wie das eines Nicht-Hartz-IV-Empfängers?

Wer immer noch keine Zweifel an der Teilaufgabe hat, möge einmal versuchen, folgende Aufgabe zu lösen:

In einer Kleinstadt leben 2000 Jugendliche. 40 % von ihnen tragen lange Haare. 55 % der Jugendlichen sind weiblich, der Rest männlich. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse!

- A: Ein zufällig befragter Jugendlicher ist weiblich und trägt lange Haare.
- B: Ein zufällig befragter Jugendlicher weiblichen Geschlechts trägt lange Haare.
- C: Ein zufällig befragter Jugendlicher ist männlich und trägt keine langen Haare.

Auch Franz-Reinhold Diepenbrock, emeritierter Professor für Angewandte Mathematik der Uni Wuppertal, hat erhebliche Bedenken bezüglich der Schwimmbadaufgabe b) (2). Auf seiner [Homepage](#) (Stand: 7.10.2019) schreibt er:

Bei Hinzufügung der Zusatzvoraussetzung ist eine wirklich korrekte Lösung zwar möglich, aber so aufwendig und weitab von jeglicher Schulstochastik, dass man den Aufgabenteil aus diesem Grund – auch wenn er bezüglich der Voraussetzungen vollständig wäre – leider nur als ungeeignet für Stochastik in der Schule und erst recht als ungeeignet für eine Stochastik-Abituraufgabe bezeichnen muss.

Auf der Internetseite finden sich ausführliche, stochastisch tiefgehende Überlegungen zu der zweifelhaften Aufgabe und der zugehörigen Modelllösung. Diepenbrock hat sich laut eigenen Angaben mit seiner Kritik bereits am 14.5.2019 an QUALiS-NRW (Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut für Schule) und am 21.8.2019 an das Schulministerium gewandt. Trotzdem hat das Ministerium die Schwimmbadaufgabe und die Modelllösung ohne Hinweise auf die offensichtlichen vorliegenden Probleme vor ein paar Wochen veröffentlicht, sodass Diepenbrock völlig zu Recht schreibt:

NRW-Schulministerium verschweigt die mathematische Wahrheit bei der

NRW-eigenen Erweiterung der Schwimmbadaufgabe des IQB (Mathematik-Abitur 2019).

Dass die Teilaufgabe b)(2) bzw. c)(2) problematisch ist, ist unseres Wissens sonst nirgendwo öffentlich angesprochen worden.² Warum nicht? Haben die meisten Schüler und Lehrer nicht gründlich genug nachgedacht und sind deswegen leichtfertigerweise und fälschlicherweise davon ausgegangen, dass das Ausgabeverhalten eines Jahreskartenbesitzers mit dem Ausgabeverhalten eines beliebigen Gastes identisch ist? Haben die meisten Schüler und Lehrer sich so sehr an bescheuerte Modellierungsaufgaben gewöhnt, dass sie für die Klausur ihr Gehirn in einen unkritischen Modus schalten? — Ein pfiffiger, verständiger Schüler müsste sich ja eigentlich der kompletten Schwimmbadaufgabe verweigern und auf seine Klausurbögen schreiben: „Die Aufgabe ist unter meinem Niveau — denkt Euch mal was Besseres aus!“. (Gibt es Schüler, die das machen?)

Angesichts der teilweise nicht lösbaren Schwimmbadaufgabe hätten wir ein paar Fragen an das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen:

1. Schließt sich das Ministerium unserem Urteil an, dass die Teilaufgabe B5 b (2) bzw. c (2) nicht lösbar ist? Oder betrachtet das Ministerium diese Teilaufgabe und die offizielle Lösung für tadellos? Woher rührt die in der Modelllösung implizit getroffene Annahme, dass das Ausgabeverhalten eines Jahreskartenbesitzers mit dem Ausgabeverhalten eines beliebigen Gastes identisch und unabhängig von der Besucheranzahl ist? Wie steht es zu der Kritik von Professor Franz-Reinhold Diepenbrock? Betrachtet es die umstrittene Teilaufgabe ebenfalls für ungeeignet in einer Abiturprüfung?
2. Wer hat sich die Teilaufgabe b) (2) bzw. c) (2) ausgedacht? Durch wen und wie oft ist die Abiturprüfung 2019 im Fach Mathematik auf Richtigkeit, Stimmigkeit und Lösbarkeit überprüft worden?
3. Hat das Ministerium oder untergeordnete Behörden der Landesregierung — neben Diepenbrocks Meldungen — Hinweise darauf erhalten, dass die Teilaufgabe unlösbar oder zumindest problematisch ist? Wenn ja: Welche und wie viele Hinweise? Wann? Von wem? Von Lehrern? Von Schülern? Wie hat das Ministerium auf diese Hinweise reagiert?
4. Warum veröffentlicht das Ministerium die Schwimmbadaufgabe samt Modelllösung in der ursprünglichen Fassung, ohne auf das angesprochene Problem hinzuweisen? Besteht dadurch nicht die Gefahr, dass Schüler und Lehrer, die sich an vergangenen Abiturprüfungen orientieren, in die Irre geführt werden?

Wir würden uns freuen, wenn andere Institutionen wie der Landtag Nordrhein-Westfalen, insbesondere die Oppositionsfraktionen, die GEW NRW, der Philologenverband NW und die Landesschülervertretung NRW unsere Fragen aufgreifen und sich ebenfalls an das Ministerium wenden würden. Es ist ja nicht das erste Mal, das im Zentralabitur etwas schief läuft.

Es geht nicht an, dass die Experten des Schulministeriums für originelle Rechenaufgaben immer wieder ungeschoren davonkommen und grobe

Unstimmigkeiten verschwiegen werden.

1. Quelle:

<https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentralabiturgost/pruefungsaufgabe/pruef.php?fach=2> ;

Login/Passwort findet man zum Beispiel hier:

<http://www.schulen.duesseldorf.de/ge-siegburgerstr/menschen/schueler/schueler.html>

2. — auch nicht auf dem Schülerforum abiunity, wo [hier](#) die LK-Prüfung diskutiert wurde